

**TAL  
TECH**

# **AUTOMAATJUHTIMINE JA SÜSTEEMIANALÜÜS**

Eduard Petlenkov, 2019

# Automaatjuhtimine ja Süsteemianalüüs

IAS0020 2-2-0 E 6 EAP

<http://www.a-lab.ee/edu/IAS0020>

- Eduard Petlenkov
- [eduard.petlenkov@taltech.ee](mailto:eduard.petlenkov@taltech.ee), TalTech ICT-502B, tel. 6202104
- TalTech Arvutisüsteemide instituut
- Arukate süsteemide keskus

## Kuidas õppetöö toimub?

### Kursus koosneb kahest osast

1. - 8. nädal – Süsteemiteooria

Õppejõud: prof. Eduard Petlenkov

- Süsteemi mõiste.
- Süsteemide mudelid
- Süsteemide analüüs
- Süsteemide süntees
- Rakendused

9.-16. nädal – Automaatjuhtimissüsteemid

Õppejõud: lektor Andres Rähni

- Automaatjuhtimissüsteemide struktuur ja elemendid
- Otse- ja tagasiside juhtimissüsteemides
- Automaatjuhtimise meetodid
- Automaatjuhtimissüsteemide näiteid

## Kuidas õppetöö toimub?

### Õppetöö:

1. Loengud – 32 tundi
2. Praktikumid – 30 tundi (2.-16.õppenädal)
3. Iseseisev töö - ca 94 tundi

**Loengud:** Eduard Petlenkov, Andres Rähni

**Praktikumid:** Eduard Petlenkov, Andres Rähni, Aleksei Tepljakov

**Õppeaine deklareeritakse ÕIS-s Eduard Petlenkov´i nimele**

## Kuidas on võimalik kontrolltöödega ja praktikumidega saada eksamihinne? (1)

### Eksamieeldus, semestrihinne:

1. 6 tööd = 2 kontrolltööd + 2 testi + 2 iseseisvat tööd
2. Kõik tööd hinnatakse, positiivsed hinded "1", ..., "5"
3. **Eksamieeldus** - kõik tööd sooritatud vähemalt hindele "1"
4. **Semestrihinne** arvutatakse kõigi kontrolltööde ja praktikumide hinnete alusel (eeldusel, et kõik kontrolltööd ja praktikumid on sooritatud vähemalt hindele "1")

## Kuidas on võimalik kontrolltöödega ja praktikumidega saada eksamihinne? (2)

### Eksamihinne:

1. Semestrihindeid "5", "4", "3", "2" ja "1" võib üliõpilane võtta **eksamihindeks**.
2. Semestrihinnet on võimalik muuta **eksamil**. Kehtima jääb eksamihinne.
3. Kui üliõpilane **põhieksamile ei tule**, siis vaikumisi on tema **eksamihindeks semestrihinne**.

### NB!

1. **Kõiki kontrolltöid ja praktikume saab sooritada ainult üks kord st positiivsele hindele tehtud kontrolltöö või praktikumi tulemus on lõplik.**
2. **Hindele "0" sooritatud kontrolltöö või praktikum tuleb uuesti sooritada.**
3. **Kontrolltööd ja praktikumid peavad üldjuhul olema sooritatud kevadsemestri kontaktöppe perioodi lõpuks (st 19. maiks 2019).**

# Kontrolltööde ja eksamite ajakava (1)

## Kontrolltööd:

1. kontrolltöö - loengus 8. õppenädalal;

2. kontrolltöö - loengus 15. õppenädalal;

## Praktikumid:

2.-16.õppenädal (2 tundi nädalas), **2 testi + 2 iseseisvat tööd.**

# Süsteemiteooria

# Süsteemiteooria põhiteemad

1. Süsteemide mudelid
2. Süsteemide analüüs
3. Süsteemide süntees
4. Rakendused

## Süsteemiteooria loengute teemad (1)

1. Sissejuhatav loeng - süsteemiteooria põhimõisted ja – teemad
2. Süsteemi mõiste, liigid, süsteemimudelid, analüütilised ja mitteaanalüütilised mudelid
3. Lineaarsete pidevaja süsteemide mudelid - ülekandemudel, olekumudel
4. Lineaarsete pidevaja ja diskreetaja süsteemide mudelid ja analüüs

## Süsteemiteooria loengute teemad (2)

7. Mudeli parameetrite hindamine
8. Süsteemide üldised omadused - juhitavus, jälgitavus ja stabiilsus
9. Süsteemide dekompositsioon ja kompositsioon. Tagasisidestatud süsteemid.

- ◇ **Süsteemi mõiste**
- ◇ **Süsteemiteooria arengust ja rakendusvaldkondadest**
- ◇ **Süsteemiteooria probleemid**

## Süsteemi mõiste

Süsteemi mõistet kasutatakse paljudes valdkondades erinevate kogumite ja protsesside kirjeldamisel.

Süsteemi mõiste määratlemisest:

1. Süsteem – omavahel seotud objektide terviklik kogum;
2. Süsteem on see, mida saab vaadelda süsteemina (B.R.Gaines).

Süsteemi mõiste komponendid: objekt (element), seosed (elementide vahel), terviklikkus (elementide koosluse teatav täielikkus ja ühtne eesmärk)

Süsteemid võivad olla hierarhilise struktuuriga tulenevalt seoste iseloomust.

## Süsteemiteooria arengust

Süsteemiteooria (general system theory) loojaks on Ludwig von Bertalanffy, kes esimesena üritas sõnastada süsteemi kui abstraktse mõiste põhiomadusi (1934). Ludwig von Bertalanffy (1901-1972) oli Austria bioloog (huvi korral vt Wikipedia). Tema uurimisvaldkonnaks oli bioloogia ja süsteemiteooria. Töötas aastatel 1934-1948 Viini Ülikoolis.

Süsteemi mõiste on osutunud äärmiselt oluliseks ja leidnud kasutamist paljudes valdkondades:  
küberneetika, bioloogia, tehnika ja tehnoloogia, majandus, infotehnoloogia, telekommunikatsioon, logistika, organisatsiooniteooria, semiootika jne

## Süsteemiteooria probleemid

- süsteemide modelleerimine (süsteemimudeli koostamine)
- mudelite verifitseerimine (süsteemi ja mudeli vastavuse kindlakstegemine)
- struktuuranalüüs, dekompositsioon
- süsteemide analüüs (käitumisomaduste uurimine)
- süsteemide ekvivalentsi analüüs (struktuur, käitumine)
- süsteemi keerukuse analüüs (arvutuste maht)
- süsteemide süntees (soovitud omadustega süsteemide loomine)
- tundlikkuse analüüs (parameetrite muutumise mõju süsteemi käitumisele)
- süsteemide klassifitseerimine (struktuur, käitumine)

- ◇ **Süsteemimudel**
- ◇ **Süsteemimudelite näited ja esmased järelused**
- ◇ **Süsteemimudelite tüübid: sisend-väljund mudel (ülekanDEMudel), sisend-olek-väljundmudel(olekumdel)**
- ◇ **Dünaamilised süsteemid**
- ◇ **Dünaamiliste süsteemide mudelite kokkuvõte**

# Süsteem, süsteemimudel (1)

**Süsteemimudel on süsteemi käitumise ja/või struktuuri idealiseeritud kirjeldus.**

Süsteemimudelit võib kirjeldada verbaalselt, formaalkeeles, matemaatiliselt võrrandina või võrrandite süsteemina, programmina, riistvaralise seadmena. Kasutatav mudeli esitusvorm sõltub rakendusest. Tehnikaaladel kasutatakse reeglina matemaatilisi mudeleid.

Matemaatilised mudelid lähtuvalt esitusvormist jagunevad:

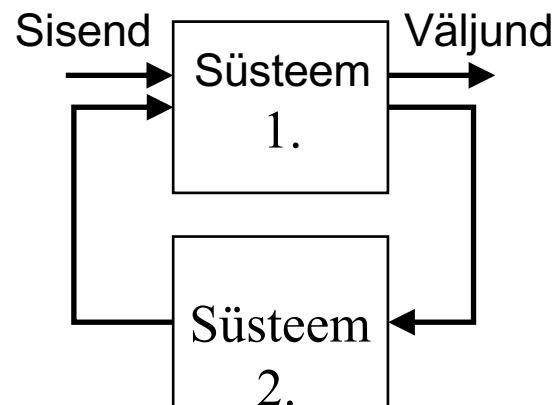
- analüütilised mudelid (võrrandid, võrrandisüsteemid);
- mitteanalüütilised mudelid (programmid).

## Süsteem, süsteemimudel (2)

Sisend (mingi ressurss), tegevus (teisendus), väljund (tulemus)



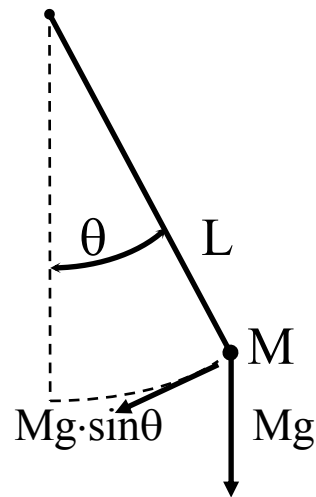
### Tagasisidestatud süsteem



## Süsteemimudelite näited (1)

- **Pendli mudel** (mittelineaarne diferentsiaalvõrrand)

$$ML \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + Mg \cdot \sin \theta(t) = 0$$



## Süsteemimudelite näited (2)

**Elektriline RLC sidu** ( $R$  - takistus,  $L$  - induktiivsus,  $C$  – mahtuvus järjestikku ühendatud)

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = v(t)$$

$i(t)$  - vool sidus  
 $v(t)$  – sisendpinge

### Ülekandemudel:

sisend – pinge  $v(t)$ ;

väljund – vool  $i(t)$ ;

parameetrid –  $R, L, C$ . ■

## Süsteemimudelite näited (3)

**Mehaaniline süsteem:** massi( $M$ ), vedru ja summuti järjestikune ühendus

$y(t)$  - joonliikumine  
 $f(t)$  - mõjuv jõud  
 $B$  - sumbuuse koef.  
 $K$  - vedru konstant

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + Ky(t) = f(t)$$

**Ülekandemudel:**

sisend – jõud  $f(t)$ ;  
väljund – joonliikumine  $y(t)$ ;  
parameetrid –  $M, B, K$ .

## Süsteemimudelite näited (4)-mudeli teisendamine

Valime abimuutujad (**olekud**):

$$x_1(t) = y(t) *$$

$$x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{dx_1(t)}{dt}$$

$$M \frac{dx_2(t)}{dt} = -Kx_1(t) - Bx_2(t) + f(t)$$

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t) *$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{K}{M}x_1(t) - \frac{B}{M}x_2(t) + \frac{1}{M}f(t) *$$

**Olekumudel**\*:

sisend – jõud  $f(t)$ ;

väljund – joonliikumine  $y(t)$ ;

**olekud (valitud).**

## Süsteemimudelite näited (5) – esmased järeldused:

1. Üldiselt süsteemide käitumist kirjeldavad diferentsiaal-võrrandid või diferentsiaalvõrrandite süsteemid st tavaliselt on süsteemid dünaamilised;
2. Erinevate valdkondade süsteemid kirjelduvad sarnaste diferentsiaalvõrranditega või diferentsiaalvõrrandite süsteemidega;
3. Süsteemimudeli alusel (kui ei ole teada muutujate ja parameetrite sisu) ei ole võimalik öelda millist reaalsel süsteemi see mudel kirjeldab ehk teisiti, üks mudel võib kirjeldada erinevate erinevate valdkondade süsteeme.

# Süsteemide klassifitseerimisest

Kriteerium (alus):

1. **Käitumine** – staatilised süsteemid, dünaamilised süsteemid (muutuvad ajas);
2. **Matemaatiline mudel** – lineaarsed süsteemid (kehtib superpositsiooni printsiip), mittelineaarsed süsteemid;
3. **Aeg** – pidevaja süsteemid, diskreetaja süsteemid;
4. **Parameetrid** – statsionaarsed süsteemid (parameetrid ei muutu ajas), mittestatsionaarsed süsteemid (parameetrid muutuvad ajas);
5. **Sisendite ja väljundite arv** – ühemõõtmelised (üks sisend ja üks väljund), mitmemõõtmelised.

## Tähtsamad dünaamiliste süsteemide klassid

1. **Lineaarsed statsionaarsed pidevaja süsteemid** (kirjelduvad lineaarsete konstantsete kordajatega diferentsiaalvõrranditega või süsteemidega);
2. **Lineaarsed statsionaarsed diskreetaja süsteemid** (kirjelduvad lineaarsete konstantsete kordajatega diferentsvõrranditega);
3. **Mittelineaarsed** (pidev- ja diskreetaja) **süsteemid**;
4. **Lineaarsed mittestatsionaarsed** (pidev- või diskreetaja) **süsteemid**.

## Dünaamilised süsteemid (1)

- Kõik süsteemid on põhimõtteliselt dünaamilised
- Dünaamiliste süsteemide käitumist iseloomustavad muutujad
- Suhteliselt aeglaselt muutuvaid muutujaid nimetatakse parameetriteks
- Süsteemi iseloomustavad muutujad (toime iseloomust lähtuvalt) jagunevad sisend-, väljund- ja olekumuutujateks ning häiringuteks
- Väga aeglaselt muutuva olekutega süsteeme nimetatakse staatilisteks.

## Dünaamilised süsteemid (2)

- **ühemõõtmelised süsteemid** st üks sisendmuutuja ja üks väljundmuutuja (ehk lühidalt üks sisend ja üks väljund)
- **mitmemõõtmelised süsteemid** st sisendmuutujate ja/või väljundmuutujate arv on suurem kui üks
- reaalsed süsteemid on üldjuhul mitmemõõtmelised

# Dünaamiliste süsteemide mudelid

Reaalne süsteem » mudel(id)

- muutujad:
  - sisend
  - väljund
  - olek
  - häiringud (mürad)
- parameetrid
- analüütilised:
  - võrrandid
  - võrrandisüsteemid
- mitteanalüütilised:
  - programmid

## Mudelid

- sisend-väljund mudelid (ülekanDEMudelid)
- sisend-olek-väljund mudelid (olekumudelid)

# Süsteemiteooria - suur puzzle (1)

Mudel+meetod orienteeritud, Matlab/Simulink põhine

## Reaalne süsteem

### Praktikas tähtsaimad süsteemide klassid

Lineaarne statsionaarne  
pidevaja süsteem

Lineaarne statsionaarne  
diskreetaja süsteem

### Matemaatilised mudelid

Lineaarne konstantsete  
kordajatega harilik  
diferentsiaalvõrrand

Lineaarne konstantsete  
kordajatega  
diferentsvõrrand

# Süsteemiteooria - suur puzzle(2)

## Süsteemiteooria mudelid

[matemaatilised mudelid]

Aeg – pidev:

- **sisend-väljund mudel**  
**[ülekanudemudel]**

SISO: diferentsiaalvõrrand, ülekandefunktsioon, hüppekaja, impulsskaja.

MIMO: diferentsiaalvõrrandite süsteem, ülekande maatriks, hüppekajade maatriks, impulsskajade maatriks.

- **sisend-olek-väljund mudel**  
**[olekumudel]**

SISO+MIMO

NB! Sisendid ja väljundid on reaalsed, olekud on valitavad.

Aeg – diskreetne:

- **ülekanudemudel**

SISO: diferentsvõrrand, ülekandefunktsioon [ $nn$   $z$  – ülekandefunktsioon], hüppekaja, impulsskaja.

MIMO: diferentsvõrrandite süsteem, ülekande maatriks, hüppekajade maatriks, impulsskajade maatriks.

- **olekumudel**

## Süsteemiteooria - suur puzzle(3)

### Seosed: aeg-pidev ↔ aeg-diskreetne

1. Pidevaja süsteemile on võimalik alati konstrueerida ekvivalentne diskreetaja süsteem.
2. Diskreetaja süsteemile ei ole alati võimalik leida vastavat ekvivalentset pidevaja süsteemi.
3. Diskreetaja süsteemidel on omadusi mida pidevaja süsteemidel ei ole.

### Analüüsimeetodid ja seosed

[käitumise analüüs st reaktsioonide arvutamine]

**Laplace´i teisendus**

[pidevaja süsteemide analüüs]

↔

**z-teisendus**

[diskreetaja süsteemide  
analüüs]

# Süsteemiteooria – suur puzzle (4)

## Süsteemide üldised omadused

- **Juhitavus** [ süsteemi struktuurne omadus]  
[ Juhitavus kontroll vastab küsimusele – kas süsteemi on võimalik sisendite abil viia soovitud olekusse ehk teisiti, kas süsteemi saab juhtida püstitatud eesmärgi saavutamiseks. Rakendus –juhtimissüsteemid.]
- **Jälgitavus** [ süsteemi struktuurne omadus]  
[ Jälgitavuse kontroll vastab küsimusele – kas süsteemi väljundite mõõtmiste alusel (eeldusel, et sisend on teada) on võimalik määrata süsteemi algolekut ehk teisiti, kas süsteemi olekute käitumist saab väljundite alusel jälgida. Rakendus – jälgimissüsteemid.]
- **Stabiilsus** [ süsteemi käitumist iseloomustav omadus]  
[Stabiilsuse kontroll vastab küsimusele – kas süsteemi käitumine (st oleku koordinaatide ja väljundite muutumine) jääb tõkestatuks ehk teisiti, kas süsteem on reaalses inseneripraktikas kasutatav]

# Süsteemiteooria – suur puzzle(5)

## Süsteemide kompositsioon ja dekompositsioon

1. Süsteemi kompositsioon sisuks on keeruka süsteemi moodustamine lihtsamatest süsteemidest. Näiteks mitmemõõtmelise süsteemi moodustamine ühemõõtmelistest süsteemidest.
2. Süsteemide kompositsioon põhineb järgmistel ühendusviisidel: järjestikühendus, paralleelühendus ja tagasisideühendus.
3. Tagasisideühendusega on võimalik muuta süsteemi käitumist ja luua soovitud omadustega (teisiti, soovitud käitumisega) süsteeme. Tagasisided on kõigi praktikas kasutatavate süsteemide efektiivse toimimise aluseks.
4. Süsteemi ühendusviise kasutades on võimalik koostada olemasolevate või projekteeritavate tehniliste süsteemide mudeleid, et neid hiljem kasutada süsteemide analüüsil.
5. Süsteemide dekompositsioon võimaldab nende analüüsiks ja omaduste uurimiseks suuri süsteeme tükeldada alamsüsteemideks etteantud tunnuste alusel (näiteks, juhitavuse ja jälgitavuse alusel, hilistumise eraldamiseks süsteemist jne).

# Süsteemiteooria – suur puzzle(6)

## Mittelineaarsed süsteemid

1. Üldine stabiilsusteooria ja stabiilsusel põhinevad meetodid.
2. Mittelineaarsete süsteemide lineariseerimine eesmärgiga kasutada lineaarsete süsteemide analüüsi- ja sünteessimeetodeid.
3. Isehäälestuvad ( adaptiivsed ) süsteemid

## Mitteanalüütilised mudelid ja nende kasutamine mittelineaarsete süsteemide modelleerimisel

1. Hägusad süsteemid. Määramatust sisaldavate süsteemide modelleerimine hägusate süsteemidega.
2. Tehisnärvivõrgud. Mittelineaarsete süsteemide modelleerimine tehisnärvivõrkudega.

## Süsteemiteooria – suur puzzle (7)

### Süsteemiteooria suure puzzle kokkuvõte – teadmised ja oskused:

1. Omab süstemaatilist ülevaadet süsteemiteooria põhimõistetest, mudelitest ja meetoditest ning oskab neid kasutada.
2. Oskab kasutada Matlab/Simulink rakendustarkvara süsteemide analüüsil ja erinevate rakenduste loomisel.

## Arvutisüsteemid

Arvutisüsteemide õppekava eesmärgiks on ette valmistada arvutite ja arvutisüsteemide põhiste tehniliste süsteemide projekteerimise, realiseerimise, rakendamise, haldamise ja arendamise spetsialiste vastavuses info- ja telekommunikatsioonitehnoloogia vanemspetsialisti kutsestandardile (6.tase).

Lõpetaja omandab laiapõhjalise arvuti-, süsteemi- ja tarkvarainseneri baashariduse ning erialased oskused tööks spetsialistina arvutite ja arvuti-süsteemide põhiste tehniliste süsteemide arendusega, rakendamisega ja kasutamisega tegelevates firmades, organisatsioonides ja asutustes kutselise inseneri juhendamisel.

Tugev teoreetiline ettevalmistus loob head eeldused õpingute jätkamiseks magistriõppes (ka teistel IKT valdkonna erialadel) ja soovi korral ka akadeemiliseks karjääriks.

# Sissejuhatava loengu kokkuvõte (1)

## Süsteemiteooria eesmärgid:

- Anda ülevaade süsteemide põhimõistetest, mudelitest, analüüsi- ja sünteesimeetoditest ning nende kasutamisest erinevates rakendustes;
- Süsteemse mõtlemisviisi ja analüüsioskuse arendamine.

## Sissejuhatava loengu kokkuvõte (2)

### Süsteemiteooria ja süsteemianalüüsiga seotud õpiväljundid:

1. Omab süstemaatilist ülevaadet süsteemiteooria põhimõistetest, mudelitest ja meetoditest ning nende kasutamisest rakendustes;
2. Tunneb ja oskab kasutada pidevaja ja diskreetaja süsteemide analüütilisi mudeleid (olekumudel, sisend-väljund mudelid) ning vastavaid analüüsimeetodeid;
3. Tunneb ja oskab määrata süsteemide üldiseid omadusi - stabiilsus, juhitavus ja jälgitavus;
4. Tunneb ja oskab kasutada süsteemide dekompositsiooni keerukate süsteemide analüüsil ja süsteemide kompositsiooni soovitud omadustega süsteemide sünteesil;
5. Oskab kasutada rakendustarkvara MATLAB/ SIMULINK süsteemide modelleerimisel, analüüsil ja erinevate rakenduste loomisel.

- ◇ **Lineaarse pidevaja süsteemi analüüs**
- ◇ **Analüüsitav ühemõõtmeline süsteem [SISO] on kirjeldatud n-järku diferentsiaalvõrrandiga**
- ◇ **Laplace´i teisendus**
- ◇ **Diferentsiaalvõrrandi lahendamine Laplace´i teisendusega nullistel algtingimustel**
- ◇ **Ülekandefunktsioon**

# Lineaarse pidevajasüsteemi analüüs (1)

## Eesmärk:

- käitumise uurimine, analüüs

## Mudelid:

- sisend-väljund mudelid
- sisend-olek-väljund mudel = olekumudel

## Meetod:

- Laplace`i teisendus

## Lineaarse pidevajasüsteemi analüüs(2)

### Antud on SISO (ühemõõtmeline) süsteem:

- süsteem on esitatud  $n$ -järku diferentsiaalvõrrandiga (sisend-väljund mudel)
- algtingimused
- süsteemi sisend  $u(t)$

### Analüüsi eesmärk:

- süsteemi reaktsiooni (väljundi)  $y(t)$  arvutamine ja uurimine

## Lineaarse pidevaja süsteemi analüüs (3)

$$\begin{aligned} \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y &= \\ = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 u & \end{aligned}$$

n-järku diferentsiaalvõrrand

$u(t)$  – antud

$$\underbrace{y(0), \frac{dy}{dt}(0), \frac{d^2 y}{dt^2}(0), \dots, \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}(0)}$$

n-järku süsteem;  $n$  - algtingimust

## Lineaarse pidevajasüsteemi analüüs (4)- Laplace teisendus

Lineaarse konstantsete kordajatega mittehomogeense diferentsiaalvõrrandi (lineaarse statsionaarse pidevajasüsteemi sisend-väljund mudel) lahendamisel kasutame kaudset **Laplace`i teisendusel** põhinevat kaudset meetodit:

- Teisendame diferentsiaalvõrrandi [**originaal**] algebraliseks võrrandiks [**kujutis**] arvestades sealjuures algtingimusi;
- Arvutame lineaarse süsteemi reaktsiooni (väljundi) kujutise algebralisest võrrandist;
- Tulemuste tõlgendamiseks (arusaadavaks muutmiseks) arvutame reaktsiooni kujutise alusel originaali (**Laplace`i pöördteisendus**);
- Kontrollime reaktsiooni piirväärtusi.

# Laplace'i teisendus (1)

[L-teisendus]

Tähistame:

$x(t)$ - originaal;

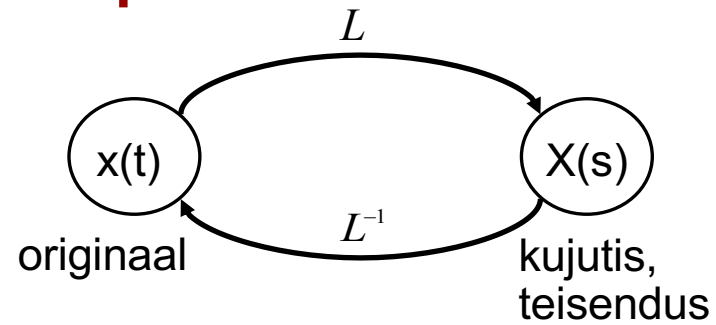
L – Laplace teisendus;

$X(s)$ - kujutis st  $x(t)$  Laplace'i teisendus.

L-teisenduse olulised omadused:

- L- teisendus on lineaarne;
- diferentseerimisele originaalide ruumis vastab muutujaga  $s$  korrutamine kujutiste ruumis (eeldusel, et algtingimused on nullid);
- integreerimisele originaalide ruumis vastab muutujaga  $s$  jagamine kujutiste ruumis;
- **lineaarne konstantsete kordajatega diferentsiaalvõrrand teisendub L-teisenduse rakendamisel algebraliseks võrrandiks.**

## Laplace teisendusest (2)



$$\left\{ \begin{array}{l} X(s) = L[x(t)] = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt \\ s = \tau + j\omega \\ x(t) = 0, \text{ kui } t < 0 \text{ (tingimus)} \end{array} \right.$$

## Laplace`i teisendus (3) – diferentsiaalvõrrandi lahendamine (nullised algtingimused)

$$u(t) \xleftrightarrow{L} U(s)$$

$$y(t) \xleftrightarrow{L} Y(s)$$

$$\begin{aligned} (s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0) \cdot Y(s) &= \\ &= (b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_0) \cdot U(s) \end{aligned}$$

$$Y(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0} U(s)$$

**H(s) - ülekandefunktsioon**

$$Y(s) = H(s) \cdot U(s)$$