

ISS0050 Mõõtmine - Основные понятия измерительной техники (продолжение)

Kristina Vassiljeva

25 сентября 2014 г.

Рассматриваемые вопросы

- **Рассматриваемые вопросы**

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

- Как оценивать и представлять результат измерения
погрешность, отклонение, неопределенность измерения, результат измерения
- Случайные погрешности
случайная величина, оценки измерения
- Пределы точности измерений
существует теоретический предел измерения, точнее которого измерить просто нельзя

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

- Сравнение свойств
- Термины
-
-
- Результат измерения
- Субъективность

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Измерение

Сравнение свойств

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

- **Сравнение свойств**

- Термины
-
-
- Результат измерения
- Субъективность

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Средство измерений / mõõteseade

физическое устройство, осуществляющее сравнение

Измеряемая величина / mõõtesuurus / measurand

величина, присущая объекту измерения;
является свойством физического объекта

Влияющая величина / mõjur / influence

не является измеряемой величиной, но влияет на результат измерения (температура, давление,...)

Результат измерения / mõtetulemus

оценка измеряемой величины, полученная в ходе измерения

Термины

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

- Сравнение свойств

- **Термины**

-
-
- Результат измерения

- Субъективность

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Принцип измерения / mõõteprintsii

физический эффект, является основой измерения

Процедура измерения / mõõteprotseduur

последовательность действий, алгоритм, руководство

Экспериментатор / katsetaja, operaator

составляет, руководит, администрирует, считывает

Метод измерения / mõõtemetod

физическое явление, является основой измерения

Эталон / etalon

физическая реализация единиц измерения
физической величины

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

- Сравнение свойств
- Термины
- ●
-
- Результат измерения
- Субъективность

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

- Объективно, измерение не зависит от наблюдателя
 - кто измеряет (личность)
 - где измеряют (место)
 - как измеряют (средства)
 - когда измеряют (время)
- У измерения есть цель, которая и определяет точность измерения
- Модель объекта (дополнительная информация)
 - предварительная информация
 - уточнения, дополнительные измерения
 - различные модели одного объекта
 - модель позволяет интерпретировать результаты
- Измерение - это процесс, состоящий из этапов:
 - подготовка
 - измерение
 - обработка результатов
- Влияние на объект
 - сборка объекта и средств измерений
 - средство измерения нагружает объект

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

- Сравнение свойств
- Термины
-
- Результат измерения
- Субъективность

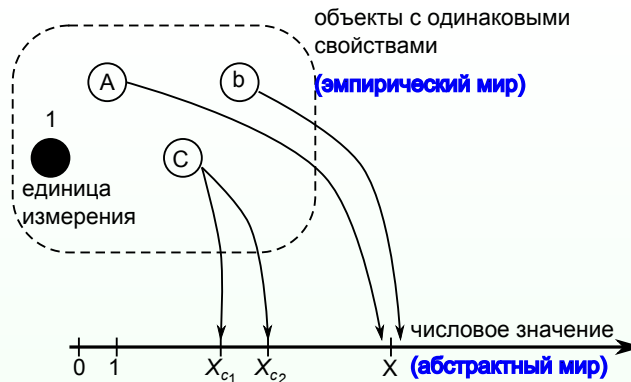
Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности



$$M = \underbrace{c}_{\text{numeric value}} \underbrace{M_0}_{\text{units}}$$

value, quantity

4,3 m; 81 kg

Значение / suuruse väärtus / value

Значение физ. величины - оценка данной Ф.В. в количественном смысле по отношению к принятой единице измерения.

Числовое значение – представляется набором цифр - результатом измерения является рациональные числа (n/m)

десятичное/двоичное число конечной длины
- иррациональные числа (обозначаемые: π , $\sqrt{2}$) не могут быть представлены результатами измерений значения получают:

1. приписыванием → /первичный эталон/
2. измерением -результат измерения

Результат измерения

Почему результат измерения \neq измеряемой величине?
 \sim оценка измеряемой величины

Результат измерения - неполная информация об измеряемой величине

- Средство измерения является несовершенным, компоненты “плавают”;
- Значение эталона является приблизительным;
- Измеряемая величина определена не точно (резистор: R, C);
- Средство измерения нагружает измеряемую величину;
- Влияние помех и шумов (окружающая среда, температура,...);
- Методы измерения являются приблизительными;
- Студент не прошел предмет ISS0050 “Измерения”ю

Все измерения являются неточными, и эту неточность можно оценить

● Рассматриваемые вопросы

Измерение

● Сравнение свойств

● Термины

●

●

● **Результат измерения**

● Субъективность

Погрешности

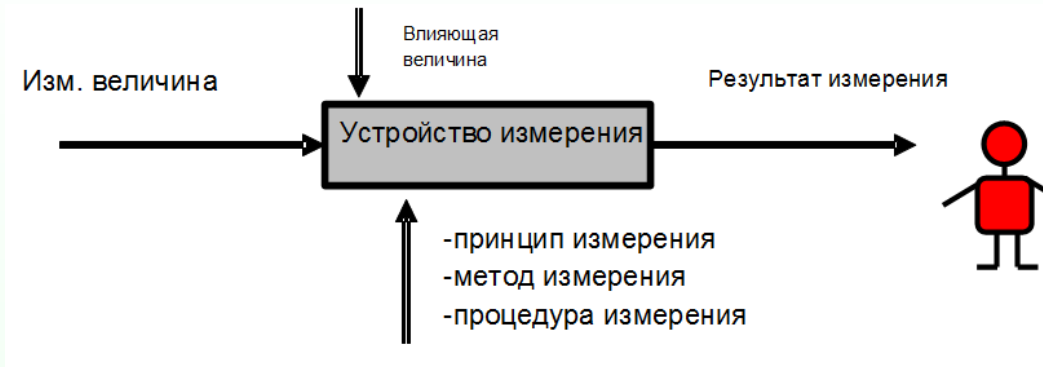
Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

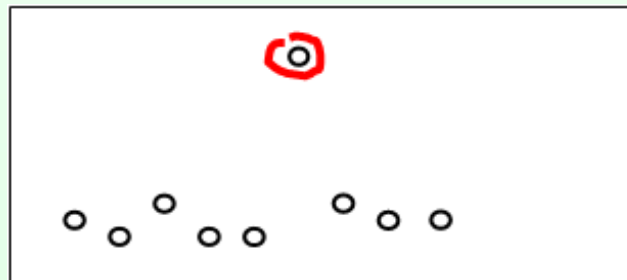
Субъективность



“Хорошие данные” то, что ожидали, совпадает с нашими представлениями...

“Плохие данные” неожиданные данные, не совпадают с нашими представлениямию

Выброс/ekse/outlier - резко выделяющиеся значения



экспериментальных величин (аппаратура, человек, помеха, модель, etc).

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

- Сравнение свойств
- Термины
-
-
- Результат измерения

- **Субъективность**

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

- Виды погрешностей
- Погрешность
- Отклонение
- Договорное значение
- Инструментальная погрешность
- Относительная погрешность
- В зависимости от влияющих величин
- В зависимости от измерения
- По характеру проявления

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Погрешности

Виды погрешностей

1. По способу выражения

абсолютная,
относительная,
приведенная.

2. По причине ошибки

субъективная,
инструментальная,
методическая.

3. В зависимости от измерения измеряемой величины

динамическая.

4. По характеру проявления

систематическая,
случайная.

5. В зависимости от влияющих величин

основная,
дополнительная.

● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

● **Виды погрешностей**

- Погрешность
- Отклонение
- Договорное значение
- Инструментальная погрешность
- Относительная погрешность
- В зависимости от влияющих величин
- В зависимости от измерения
- По характеру проявления

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Погрешность

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

- Виды погрешностей
- **Погрешность**
- Отклонение
- Договорное значение
- Инструментальная погрешность
- Относительная погрешность
- В зависимости от влияющих величин
- В зависимости от измерения
- По характеру проявления

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Исторически использовали понятие *погрешность / viga / error*.

Показывает отклонение величины измеренного значения от ее истинного значения

погрешность = результат измерения - действительное значение

$$\Delta = X_m - X_t$$

Погрешность (абсолютная погрешность) величина со знаком и единицей измерения -0.001 mV , $+5 \text{ }^\circ\text{C}$, ...

погрешность \neq ошибка

Действительное значение X_t неизвестно (его нахождение и есть цель измерения), это теоретическое понятие, его в принципе не возможно определить

“Действительное значение” (точное значение измеряемой величины) существует, но его очень неудобно использовать.

Отклонение

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

- Виды погрешностей
- Погрешность
- **Отклонение**
- Договорное значение
- Инструментальная погрешность
- Относительная погрешность
- В зависимости от влияющих величин
- В зависимости от измерения
- По характеру проявления

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Отклонение / hälfte / deviation - приближение к значению, которое можно вычислить и измерить

отклонение измерения = результат измерения - опорное значение

$$\Delta = X_m - X_t$$

Отклонение можно определить, если опорным значением выбрать:

Среднее значение измерения, тогда получим случайное отклонение;

Найденную оценку при помощи другого (более точного) средства измерения (т.н. договорное значение).

Договорное значение

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

- Виды погрешностей
- Погрешность
- Отклонение
- **Договорное значение**
- Инструментальная погрешность
- Относительная погрешность
- В зависимости от влияющих величин
- В зависимости от измерения
- По характеру проявления

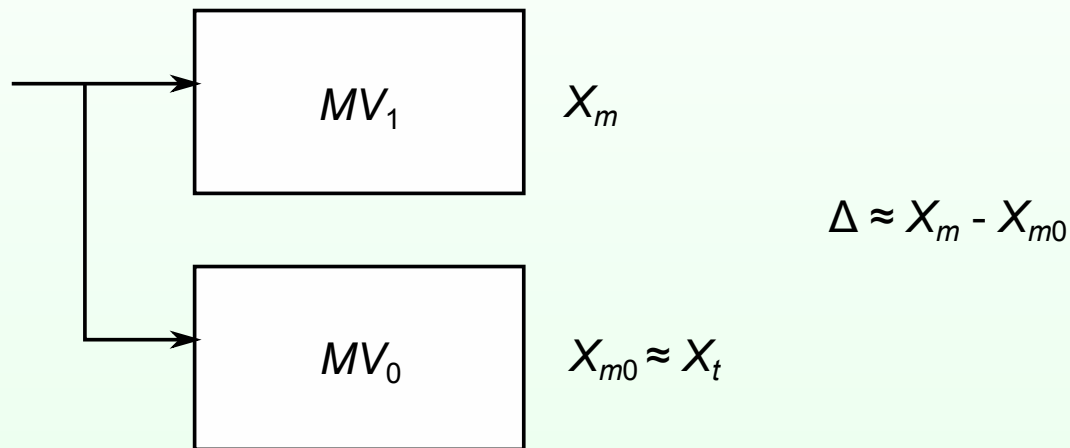
Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

На практике, если договорное значение неизвестно, то его можно определить.



При помощи более точного средства измерения MV_0 экспериментально определяем отклонение и калибруем.

Когда отклонение найдено - добавляем его к результату измерения.

Корректировка: $C = -\Delta$ $X_t = X_m + C$.

Инструментальная погрешность

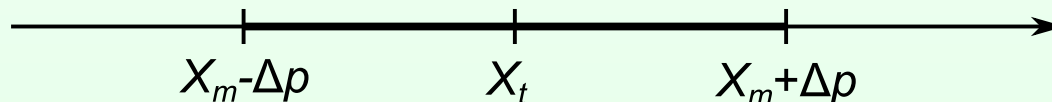
Инструментальную погрешность измерительного прибора описывают максимально допустимой погрешностью для данных условий, так называемой **предельной погрешностью / piirviga / accuracy**

$$\Delta p = |\max(\Delta)|$$

или допустимой погрешностью, отклонением в показании.

Действительная погрешность X_t описывается ($P = 1$)

$$X_m - \Delta p \leq X_t \leq X_m + \Delta p$$



Получаем интервал, где измеренное значение – точка на этом интервале. (error bar в Excel'e)

Если у значения X_t несколько оценок, тогда результаты могут быть согласованы или противоречивы.

● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

- Виды погрешностей
- Погрешность
- Отклонение
- Договорное значение
- **Инструментальная погрешность**
- Относительная погрешность
- В зависимости от влияющих величин
- В зависимости от измерения
- По характеру проявления

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Относительная погрешность

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

- Виды погрешностей
- Погрешность
- Отклонение
- Договорное значение
- Инструментальная погрешность
- **Относительная погрешность**
- В зависимости от влияющих величин
- В зависимости от измерения
- По характеру проявления

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

По отношению к чему?

$$\delta = \frac{\Delta}{X_t} \cdot 100 \approx \frac{\Delta}{X_m} \cdot 100$$

Отношение абсолютной погрешности к действительному или измеренному значению, выраженное в процентах. Хорошо характеризует качество измерения.

Приведенная погрешность

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_p}$$

относительно конечного диапазона X_p .

Один из способов обозначения абсолютной погрешности Δ , т.к. $X_p = const$.

$\Delta = \gamma \cdot X_p$ - используется в стрелочных приборах.

В зависимости от влияющих величин

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

- Виды погрешностей
- Погрешность
- Отклонение
- Договорное значение
- Инструментальная погрешность
- Относительная погрешность
- **В зависимости от влияющих величин**
- В зависимости от измерения
- По характеру проявления

Неопределенность

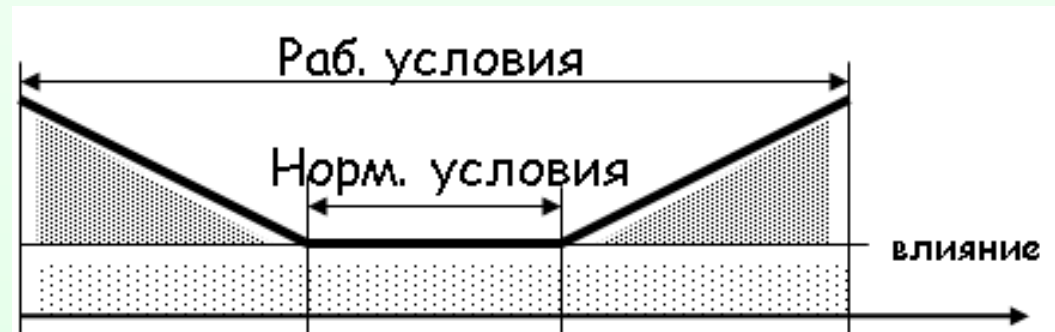
Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Основная погрешность имеет место в нормальных условиях, т.е. когда значения всех влияющих величин находятся в пределах заранее оговоренных диапазонов

Дополнительная при изменении влияющих величин (например, температуры окружающей среды) за пределы нормальных значений



В зависимости от измерения

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

- Виды погрешностей
- Погрешность
- Отклонение
- Договорное значение
- Инструментальная погрешность
- Относительная погрешность
- В зависимости от влияющих величин
- **В зависимости от измерения**
- По характеру проявления

Неопределенность

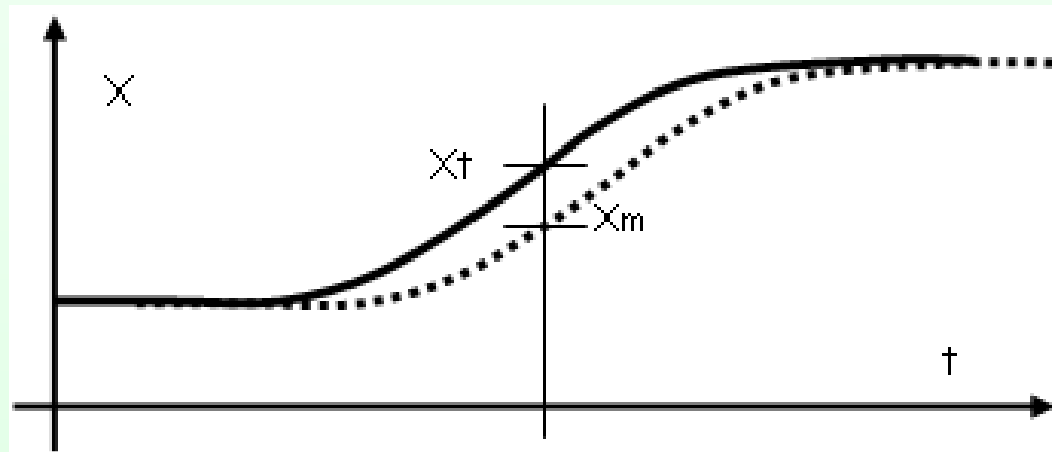
Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Статическая погрешность при измерении значения постоянной величины (при использовании статической модели объекта)

Динамические при исследовании достаточно быстро меняющейся во времени величины (инертность прибора при быстроменяющихся выходных сигналах)



По характеру проявления

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

- Виды погрешностей
- Погрешность
- Отклонение
- Договорное значение
- Инструментальная погрешность
- Относительная погрешность
- В зависимости от влияющих величин
- В зависимости от измерения
- По характеру проявления

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Систематическая погрешность, значение которой при повторении экспериментов неизменно или меняется по известному закону. Могут быть оценены и, следовательно, учтены путем введения поправок в результат измерения (находятся во время калибровки прибора).

Случайные погрешности, значения которых непредсказуемы (ошибка оператора, кратковременная неисправность аппаратуры, влияние внешних электромагнитных полей). Влияние можно уменьшить при многократном измерении и нахождении среднего значения.

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

- Неопределенность
- Määramatus

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Неопределенность

Неопределенность

● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

● **Неопределенность**

● Määramatus

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Неопределенность / mõõtemääramatus / uncertainty - оценивает область “незнания” результата измерения

Для оценки служит вся известная на данный момент информация.

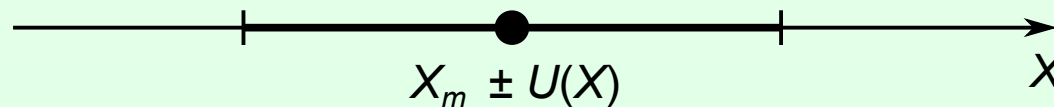
Все неизвестные влияния являются причиной расхождения результатов измерения, которые присваивают измеряемой величине.

Необходимо, чтобы неопределенность измерения:

Использовалась для всех измерений.

Позволяла бы на основе различных компонентов найти суммарный.

Была представима доверительным интервалом $U(X)$ с доверительной вероятностью P .



● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

● Неопределенность

● **Määramatus**

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

Määramatus

Неопределенность измерения:

- ✓ Описывает все значения, которые можно присвоить измеряемой величине
- ✓ Является оценкой на основе инфо, имеющейся в наличии. Однако, данная оценка может в дальнейшем измениться при появлении доп. информации
- ✓ NB! является свойством результата измерения, а не средства измерения!!!

В качестве оценки неопределенность измерения представима:

Стандартной неопределенностью в виде стандартного отклонения $u(X)$

Расширенной неопределенностью в виде интервала оценки $U(X)$ (доверительный интервал + вероятность)

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

- Результат
- Значимые знаки
- Округление
- Пример I
- Пример II
- Соответствие номиналу

Случайные величины

Систематические погрешности

Результат измерения

Результат

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

- **Результат**
- Значимые знаки
- Округление
- Пример I
- Пример II
- Соответствие номиналу

Случайные величины

Систематические погрешности

Результат измерения (например: $14.50 \text{ V} \pm 0.05 \text{ V}$) состоит из

- числового значения измеряемой величины и ее единиц измерения
- числового значения неопределенности измерения и единиц измерения

числовое значение – десятичное число конечной длины

не представляйте такие числа как π , $\sqrt{2}$

Результатом перечисления является целое число, которое представляют точно.

Если результат представляют посредством расчетов, то точность результата зависит от компьютера, нет смысла делать слишком точные расчеты.

Значимые знаки

Значимые знаки числа / kehtivad numbrikohad / significant digits

0,01430	4 знака
0,0025	2 знака
45,2	3 знака
12000	3 знака

Значимые цифры начинаются первой ненулевой цифрой.

NB! выдаваемое измерительным прибором значение является важным (записывать все, что показал прибор).

Для лучшего восприятия результата представляйте его

1. $x.xxx \cdot 10^y$ 123400 m = $1.234 \cdot 10^5$ m
2. используйте кратные или дольные единицы

$$1.234 \cdot 10^5 \text{ m} = 123.4 \text{ km}$$

$$1.34 \cdot 10^{-2} \text{ V} = 13.4 \text{ mV}$$

● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

● Результат

● **Значимые знаки**

● Округление

● Пример I

● Пример II

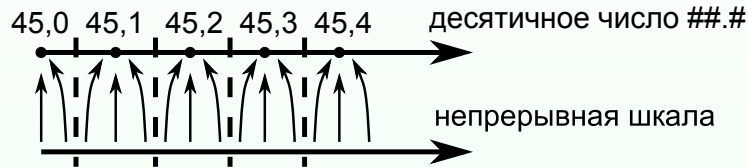
● Соответствие номиналу

Случайные величины

Систематические погрешности

Округление

Округление/*ütmardamine*/rounding



представление	восприятие
$U = 3 \text{ V}$	$U = (2.5 \dots 3.5) \text{ V}$
$U = 3.00 \text{ V}$	$U = (2.995 \dots 3.005) \text{ V}$

Неопределенность измерения представляют **двумя значимыми цифрами**

- 3.4, 0.13, 0.045 (с точностью 1%...5%)

но можно и с **одним значимым знаком**, если первая цифра больше 2

- 3, 0.4, 0.05 (с точностью 5%...15%)

NB! Результат и неопределенность представляются с одинаковой точностью!

(Неопределенность определяет с какой точностью надо представить результат).

• Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

- Результат
- Значимые знаки
- **Округление**
- Пример I
- Пример II
- Соответствие номиналу

Случайные величины

Систематические погрешности

● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

● Результат

● Значимые знаки

● Округление

● **Пример I**

● Пример II

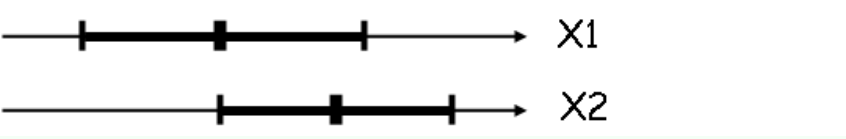
● Соответствие номиналу

Случайные величины

Систематические погрешности

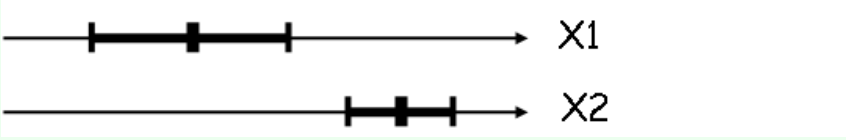
Пример I

Результатом является 4 числа: измеренные значения X_{m1} , X_{m2} и предельные погрешности Δ_1 , Δ_2 , т.е. 2 интервала X_1 , X_2

а)  у оценок общая часть, интервалы перекрываются $X_1 \cap X_2 \neq \emptyset$ или

$$|X_{m1} - X_{m2}| < \Delta_1 + \Delta_2$$

Результаты между собой согласованы

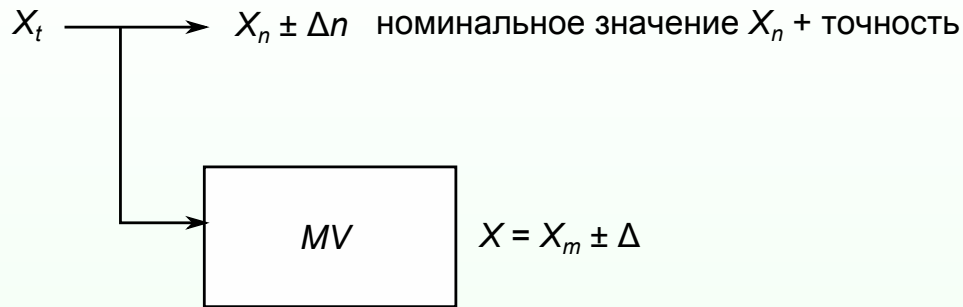
б)  отсутствует общая часть $X_1 \cap X_2 = \emptyset$, некоторые предпосылки неправильные ($X_t \in X_1$, $X_t \in X_2$)

результаты между собой не согласованы

Причины:

- Один из приборов не в рабочем состоянии
- Измеряют не одну и ту же величину
- Разные условия

Пример II



Измеряется величина с известным значением.
Номинальное значение.

резистор $R = 10 \text{ k}\Omega \pm 5 \%$
гиря $m = 1 \text{ kg} \pm 10 \text{ mg}$

Соответствует ли измеренное значение X_i номинальному?
При каких результатах измерения (X_{xi}, Δ_i) можно прийти к выводу, что:

- измеренное значение соответствует номинальному значению (X_n, Δ_n)?
- измеренное значение не соответствует номинальному значению?

● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

● Результат

● Значимые знаки

● Округление

● Пример I

● **Пример II**

● Соответствие номиналу

Случайные величины

Систематические погрешности

Соответствие номиналу

● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

● Результат

● Значимые знаки

● Округление

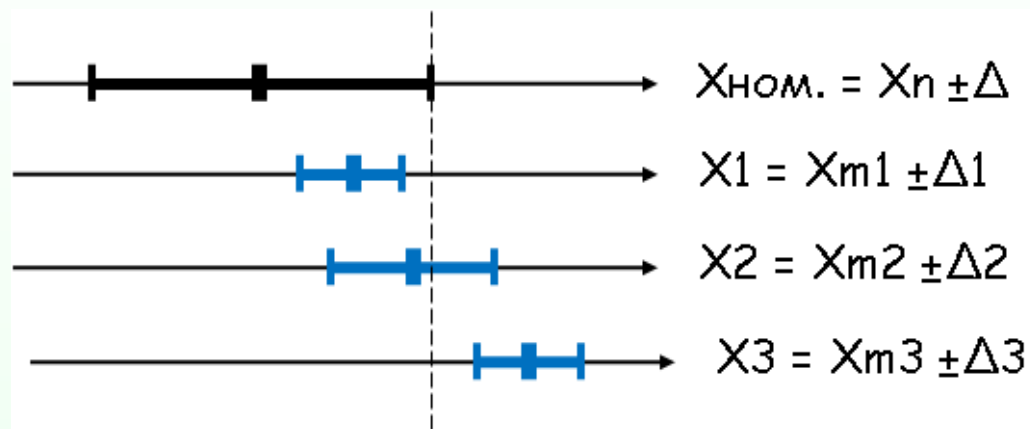
● Пример I

● Пример II

● Соответствие номиналу

Случайные величины

Систематические погрешности



Некоторые измерения не дадут ответ на данные вопрос.

Для получения таких оценок необходимо использовать вероятности. Более точные результаты получим, когда будем учитывать случайный характер погрешностей и предельную погрешность на интервале $\pm \Delta_p$.

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

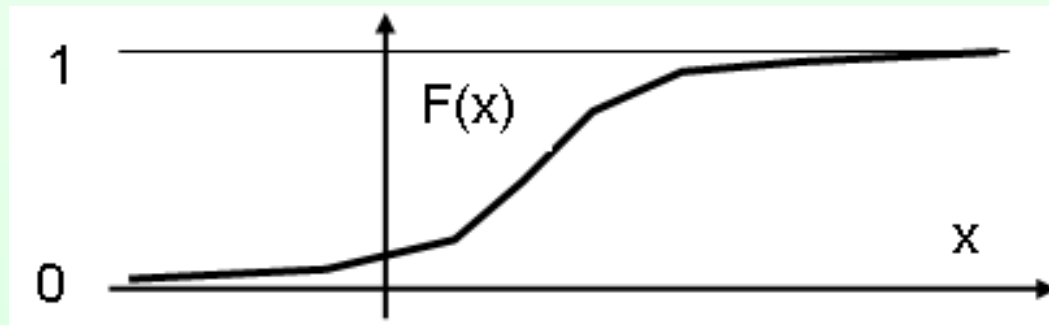
- Случайные величины
- Плотность вероятности
- Точечные оценки
- Интервальные оценки
- Вероятности
- Границы интервала
- Распределение неизвестно
- Наилучшая оценка
- Случайные погрешности

Систематические погрешности

Случайные величины

Случайные величины

- событие / sündmus
 - событие реализуется или нет 0,1
- вероятность события P / tõenäosus
 - отношение числа повторений события N_s к количеству попыток $P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_s}{N}$
 - $P = 1$ событие точно произойдет
 - $P = 0$ невозможное событие
- Случайная величина η
 - величина, значение которой не возможно предугадать (измеренная один раз, действительное число)
- Функция распределения $F(x) = P(\eta < x)$



● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

● Случайные величины

● Плотность вероятности

● Точечные оценки

● Интервальные оценки

● Вероятности

● Границы интервала

● Распределение неизвестно

● Наилучшая оценка

● Случайные погрешности

Систематические погрешности

Плотность вероятности

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

- Случайные величины

- **Плотность вероятности**

- Точечные оценки

- Интервальные оценки

- Вероятности

- Границы интервала

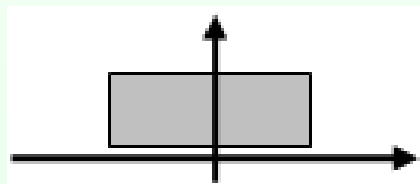
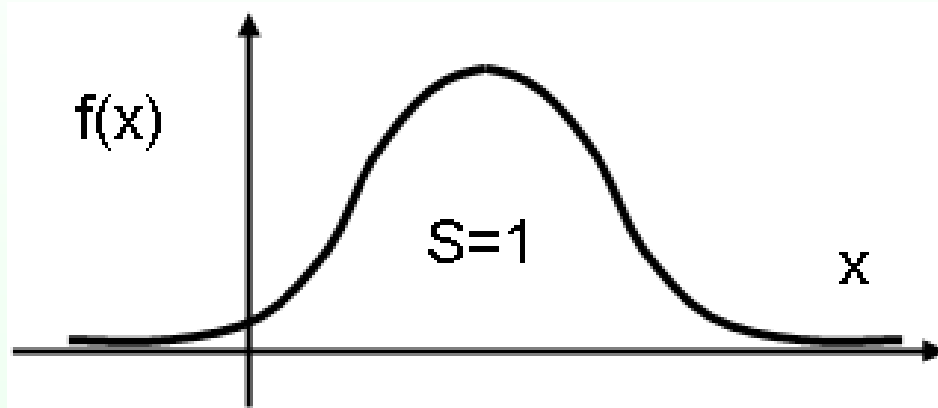
- Распределение неизвестно

- Наилучшая оценка

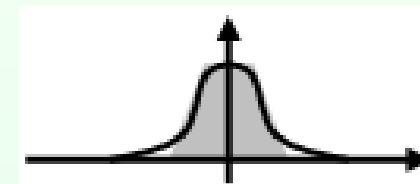
- Случайные погрешности

Систематические погрешности

Функция плотности распределения $f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$.



равномерное распределение



нормальное распределение

Предельная теорема: сумма нескольких случайных величин (среднее) стремится к нормальному распределению

Точечные оценки

выборка / valim / sample $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$



оценки - точечные (числовые), интервалы:

Математическое ожидание среднее значение
случайной величины

$$\bar{x} = \bar{x}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Дисперсия мерой разброса или отклонения
математического ожидания

$$D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Стандартное отклонение - показатель рассеивания
значений случайной величины

$$s = \sqrt{D}$$

Расчеты в Excel при помощи функций COUNT, AVERAGE, STDEV, VAR,...

● Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

● Случайные величины
● Плотность вероятности

● **Точечные оценки**

● Интервальные оценки

● Вероятности

● Границы интервала

● Распределение неизвестно

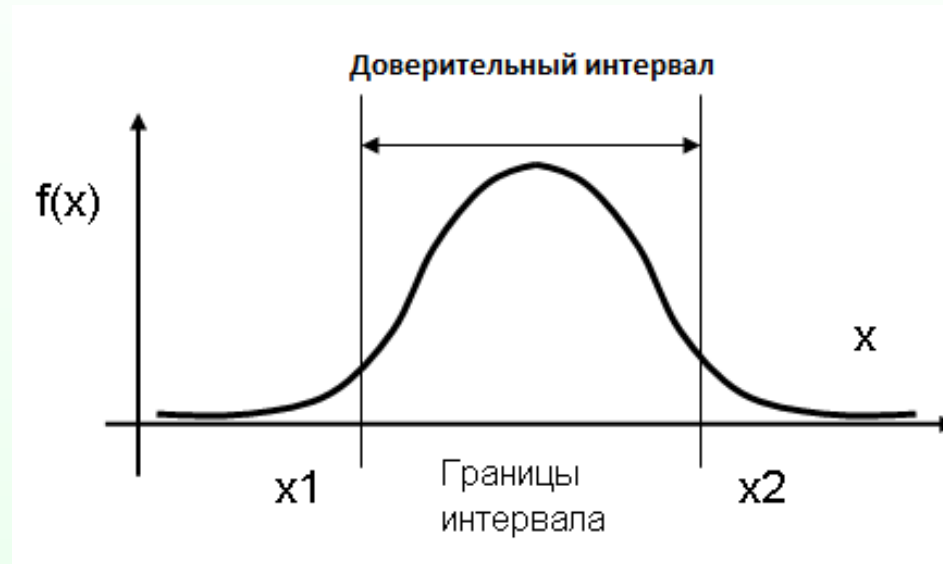
● Наилучшая оценка

● Случайные погрешности

Систематические погрешности

Интервальные оценки

Связь вероятности P и интервала Δx



Доверительный интервал / usaldustõenäosus / confidence level $P(x_1 < x < x_2)$

1. Какова вероятность P , что величина X в диапазоне $X_1 \leq X \leq X_2 \rightarrow P \quad P(X_1 \leq X \leq X_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$
2. Каковы границы интервала X_1 и X_2 величины X в случае данной вероятности P ? $P \rightarrow (X_1 \leq X \leq X_2)$

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

- Случайные величины

- Плотность вероятности

- Точечные оценки

- Интервальные оценки

- Вероятности

- Границы интервала

- Распределение неизвестно

- Наилучшая оценка

- Случайные погрешности

Систематические погрешности

Вероятности

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

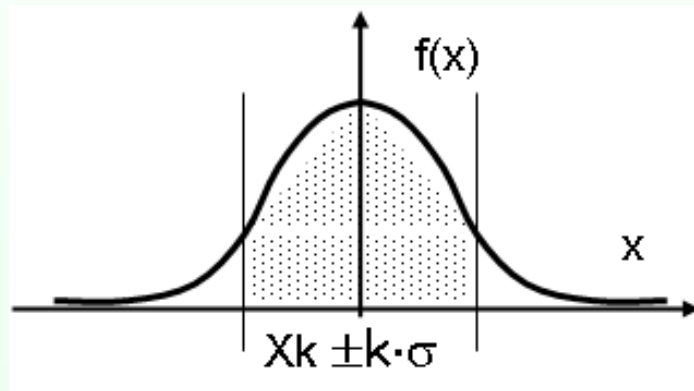
Результат измерения

Случайные величины

- Случайные величины
- Плотность вероятности
- Точечные оценки
- Интервальные оценки
- **Вероятности**
- Границы интервала
- Распределение неизвестно
- Наилучшая оценка
- Случайные погрешности

Систематические погрешности

Вероятность P и доверительный интервал X_k при нормальном распределении



интервал	вероятность
$X_k \pm 0.67\sigma$	$P = 0.5$
$X_k \pm 1\sigma$	$P = 0.68$
$X_k \pm 2\sigma$	$P = 0.95$
$X_k \pm 3\sigma$	$P = 0.997$
$X_k \pm \infty\sigma$	$P = 1$

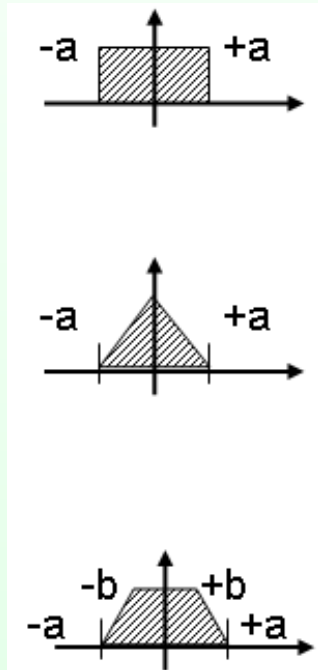
k - коэффициент покрытия.

NB! При других распределениях не действует!

Существует один особенный интервал $X_k \pm 1.6\sigma$, вероятность которого во многих распределениях равна $P \approx 0.9$ (нормальное, равномерное, треугольное, etc).

Границы интервала

Максимальные границы интервала $\pm a$ и стандартное отклонение связаны следующим образом:



равномерное $\sigma = a/\sqrt{3}$

треугольное $\sigma = a/\sqrt{6}$

трапецевидное $\sigma = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{6}}$

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

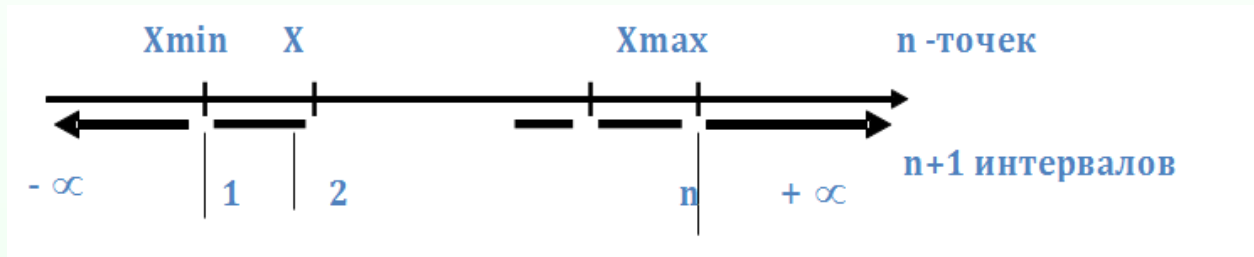
Случайные величины

- Случайные величины
- Плотность вероятности
- Точечные оценки
- Интервальные оценки
- Вероятности
- **Границы интервала**
- Распределение неизвестно
- Наилучшая оценка
- Случайные погрешности

Систематические погрешности

Распределение неизвестно

Допустим, что у нас есть выборка: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$
упорядочим ее в возрастающем порядке.



Интервалы являются равновероятными, посчитаем их.
Вероятность того, что результат измерения в интервале $X_{\min} - X_{\max}$

$$P = \frac{n-1}{n+1}$$

Причиной случайных погрешностей являются небольшие изменения

- в измеряемой величине
- в измерительном устройстве
- в окружающей среде

• Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

• Случайные величины

• Плотность вероятности

• Точечные оценки

• Интервальные оценки

• Вероятности

• Границы интервала

• **Распределение неизвестно**

• Наилучшая оценка

• Случайные погрешности

Систематические погрешности

Наилучшая оценка

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

- Случайные величины
- Плотность вероятности
- Точечные оценки
- Интервальные оценки
- Вероятности
- Границы интервала
- Распределение неизвестно
- **Наилучшая оценка**
- Случайные погрешности

Систематические погрешности

Наилучшей оценкой случайной величины является математическое ожидание или среднее значение. Большинство наших результатов покрывается нормальным распределением.

- Если $n > 10$, то отклонение среднего можно описать нормальным распределением

$$D(X_k) = D(X)/n, \sigma_k = \sigma/\sqrt{n}.$$

Доверительный интервал или расширенная неопределенность при вероятности $P = 0.95$

$$U(X_k) = X_k \pm 2 \cdot \sigma_k$$

- Если $n < 10$, то отклонение среднего значения описывается коэффициентом Стьюдента $t_{\nu, \beta}$ и доверительный интервал в случае вероятности $P = \beta$ есть $X_k \pm t_{\nu, \beta} \cdot \sigma_k$.

Случайные погрешности

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

- Случайные величины
- Плотность вероятности
- Точечные оценки
- Интервальные оценки
- Вероятности
- Границы интервала
- Распределение неизвестно
- Наилучшая оценка
- Случайные погрешности

Систематические погрешности

Среднее значение 10 измерений отклоняется в 3σ меньше

Среднее значение 100 измерений отклоняется в 10σ меньше

Для того, чтобы обнаружить случайные погрешности и избавиться от них:

- ✓ Соблюдайте одни и те же условия проведения эксперимента, измеряйте повторно;
- ✓ Если значения плохо сходятся, попробуйте увеличить точность измерения.

Будьте внимательны к дрейфу, дрейф изменяет среднее значение (корреляция, результаты измерения не являются связанными).

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

- Систематические погрешности
- СП
- Пределы точности
- Следующая лекция

Систематические погрешности

Систематические погрешности

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

- **Систематические погрешности**

- СП
- Пределы точности
- Следующая лекция

Погрешность, значение которой при повторении экспериментов неизменно или меняется по известному закону

Виды:

- Известного происхождения, погрешность контролируемой величины
 - температура, деформация, окружность Земли, приближенные вычисления
- Известного происхождения, погрешность неизвестной величины
 - погрешность прибора (инструментальная погрешность) - задается предельной погрешностью
- Неизвестные погрешности
 - погрешность модели

СП

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

- Систематические погрешности

- **СП**

- Пределы точности

- Следующая лекция

Для уменьшения систематических погрешностей необходимо:

- Использовать более точные средства измерения;
- Использовать несколько более разных средств измерений;
- Сменить метод (повторение в разных условиях);
- Расчет поправок (дополнительная информация)/

Для обнаружения и устранения систематических погрешностей меняйте условия, измеряйте повторно (различными методами и процедурами).

Пределы точности

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

- Систематические погрешности

- СП
- **Пределы точности**

- Следующая лекция

Точность ограничивают:

1. Дискретный характер вещества

атомы $\approx 10^{-10}$ м

заряд (электрона) $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ С

2. Квантовые эффекты (изменения порциями)

энергия $\Delta E = h \cdot \nu$, $h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Дж/Гц

квант магнитного потока $\Phi = 2.06 \cdot 10^{-15}$ Вб

3. Термодинамический шум

тепловое движение носителей заряда в проводнике

NB! При однократном измерении погрешность не может быть меньше, чем границы, обозначенные шумом.

Следующая лекция

- Рассматриваемые вопросы

Измерение

Погрешности

Неопределенность

Результат измерения

Случайные величины

Систематические погрешности

- Систематические погрешности
 - СП
 - Пределы точности
 - Следующая лекция

Средства измерения:

- Расчет погрешностей стрелочных приборов.
- Расчеты погрешностей цифровых приборов.
- Преобразователи.