

ISS0050 Mõõtmine - Неопределенность измерения и регистрация сигналов

Kristina Vassiljeva

16 октября 2014 г.

Неопределенность измерения

- Проблемы
- Неопределенность
- Описание
- Источники неопределенности
- Порядок действий
- Модель измерения
- Множество моделей

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Неопределенность измерения

Неопределенность измерения

- Проблемы
- Неопределенность
- Описание
- Источники неопределенности
- Порядок действий
- Модель измерения
- Множество моделей

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Проблемы

Результатом измерения является размер величины и решение о качестве полученного значения.

Проблемы:

- Измеряли несколько величин и на основе них вычисляли желаемое значение (измеряемой) величины

$$V = abc, \quad K = U_v/U_s, \quad Q = cq(T_s - T_v), \dots$$

- В разных областях у физических величин различные процедуры измерения и параметры, отсутствовало единство
- Используется понятие «действительное значение», которое не известно и из него вытекает понятие «погрешность»
- Не ясны: предпосылки, упрощения, условия

Линейность, температурная зависимость, нормальное распределение, ...

Неопределенность измерения

- Проблемы
- **Неопределенность**
- Описание
- Источники неопределенности
- Порядок действий
- Модель измерения
- Множество моделей

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Неопределенность

Поставили цель при измерении гарантировать:

1. **универсальность**, один единый метод оценивания качества измерения и единый метод представления результатов.
2. **единое статистическое приближение** для всех процедур измерения
3. **ясность** и прозрачность в предпосылках, действиях и оценках: понятные, прослеживаемые, повторяемые

Для этого ввели новое понятие

неопределенность измерения / **mõõtemäramatus** / **measurement uncertainty**, чтобы дать оценку значению измеряемой величины (некоторый признак надежности измерений)

результат измерения:

$$x + u(x)$$

измеренное значение + неопределенность измерения

Описание

Неопределенность измерения

- Проблемы
- Неопределенность
- **Описание**
- Источники неопределенности
- Порядок действий
- Модель измерения
- Множество моделей

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Неопределенность

- Является диапазоном значений, внутри которого каждый результат является приемлемым в качестве результата измерения («точнее не знаю»).
- Характеризует как сильно и каким образом расходятся результаты измерения
- Является оценкой результата на основе имеющейся информации, если изменяется информация, может поменяться и неопределенность измерения

Неопределенность измерения является свойством результата измерения.

Не является свойством средства измерения!

Неопределенность измерения

- Проблемы
- Неопределенность
- Описание
- **Источники неопределенности**
- Порядок действий
- Модель измерения
- Множество моделей

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Источники неопределенности

- Неполное определение измеряемой величины
- Непрезентативная выборка
- Несовершенная реализация определения измеряемой величины
- Влияние окружающей среды
- Порог чувствительности средств измерений
- Неточные эталоны и константы
- Предположения и аппроксимации

Неопределенность измерения выражают двумя параметрами:

- **Стандартная неопределенность измерения** $u(x)$ – выраженная в виде стандартного отклонения $u(x) = \sigma(x) = s(x)$
- **Расширенная неопределенность измерения** $U(x)$ – интервалом, который описывает доверительный интервал с вероятностью P .

Порядок действий

Неопределенность измерения

- Проблемы
- Неопределенность
- Описание
- Источники неопределенности

● Порядок действий

- Модель измерения
- Множество моделей

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

1. Составляется модель измерений:

зависимость величины Y от входных величин

X_1, X_2

$Y = f(X_1, X_2, \dots)$ - что хотят определить (Y),
- на основе каких данных

(X_1, X_2, \dots) .

2. Определяются оценки значений x_i входных величин X_i и неопределенности измерений входных величин $u(x_i)$.

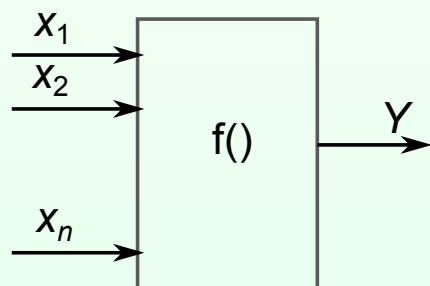
3. Вычисляются оценка выходной величины y ее неопределенности $u(y)$, $U(y)$.

4. Представляются результаты.

Модель измерения

Выражаем интересующую нас величину измерения Y
Учитываем по возможности с наибольшей точностью и наибольшим количеством причин X_i , которые влияют на величину измерения Y .

- измеренные результаты
- постоянные множители и коэффициенты усиления
- влияющие величины (температура, нагрузка,...)



$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Примеры:	$y = x_1 - x_2$	разница
	$K = U_2/U_1$	усиление
	$R = U/I$	сопротивление
	$\Delta = y - F(x)$	погрешность
	$m = \xi \cdot V$	множитель

Неопределенность измерения

- Проблемы
- Неопределенность
- Описание
- Источники неопределенности
- Порядок действий
- **Модель измерения**
- Множество моделей

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Множество моделей

Неопределенность измерения

- Проблемы
- Неопределенность
- Описание
- Источники неопределенности
- Порядок действий
- Модель измерения
- **Множество моделей**

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

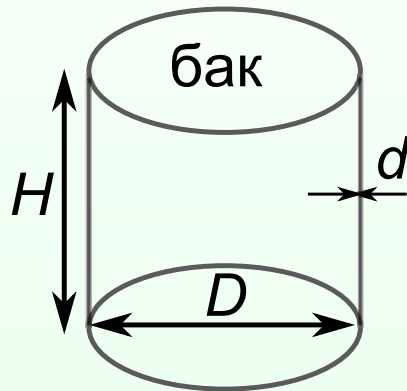
Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

У одной и той же величины может быть несколько моделей:

объем бака ($V(D, H)$):



$$V_1 = H \cdot \pi D^2 / 4$$

$$V_2 = (H - 2d) \cdot \pi (D - 2d)^2 / 4 - \text{толщина стенок}$$

$$V_3 = H \cdot \pi D_1 D_2 / 4 - \text{эллипс}$$

$$V_4 = \dots - \text{бочка}$$

Проблема:

входы $X_i(H, D, d, \dots)$ неточные $\pm \Delta$,

как и как сильно это влияет на выход $Y \pm \Delta Y$?

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

-
- Оценка входных величин
- Тип А
- Тип Б
- Особый случай

Оценка выходной
величины

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

Оценка входной величины

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

- Оценка входных величин
- Тип А
- Тип Б
- Особый случай

Оценка выходной
величины

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

Значения входных величин X_1, X_2, \dots получают из: измерений, технической документации и руководства, ...

Если известна систематическая погрешность (среднее значение погрешности), которая не учтена в модели измерения, тогда ее необходимо учитывать в оценке входных величин.

Примеры:

- известные поправки

если известны данные калибровки, можно учесть поправки P входной величины: $X_i = X'_i + P_i$

- учет влияния нагрузки

$$U = E \cdot \frac{R_v}{R+R_v} \quad E = U + U \cdot \frac{R}{R_v}$$

- испорченная измерительная лента

отсутствует часть ленты ΔX
лента растянута на $k\%$

- влияние температуры, временной дрейфт

Оставшиеся функции предполагаются случайными и со средним значением равным 0.

Оценка входных величин

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

-
- **Оценка входных величин**

- Тип А
- Тип Б
- Особый случай

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Описываем входные величины случайными величинами:

(показание + предельная погрешность) → (наилучшая оценка + стандартная неопределенность)

$$X_i \pm \Delta X_i \quad \rightarrow \quad x_i \pm u(x_i)$$

Используют два метода оценивания входных величин:

Тип А метод математической статистики;

Тип Б другие методы.

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

-
- Оценка входных величин

● **Тип А**

- Тип Б
- Особый случай

Оценка выходной
величины

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

Тип А

Повторное измерение в тех же самых условиях входной величины X , независимое n -кратное измерение дает выборку: x_1, x_2, \dots, x_n .

Статистическая обработка выборки:
Лучшей оценкой результатов измерения

$$\bar{x} = x_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Оценка дисперсии

$$D(x_i) = s^2(x_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 \quad (2)$$

Стандартное отклонение средней величины

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

Является стандартной неопределенностью $u(x) = s(\bar{x})$ входной величины x , если количество результатов наблюдений достаточно велико $n \geq 10$.

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

-
- Оценка входных величин
- Тип А
- **Тип Б**
- Особый случай

Оценка выходной
величины

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

Тип Б

Можно ли найти быстрее и надежнее, чем при помощи повторных опытов?

Другие методы для определения значений величин и их неопределенностей:

- Технические данные средств измерений;
- Данные из справочных руководств;
- Данные, содержащиеся в калибровочных свидетельствах;
- Результаты предварительных измерений.

Оценка стандартной неопределенности по методу типа Б может быть такой же надежной, как и оценка по методу типа А, особенно в измерительных ситуациях, когда оценивание по типу А основывается на небольшом числе статистически независимых наблюдений.

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

-
- Оценка входных величин
- Тип А
- Тип Б
- **Особый случай**

Оценка выходной
величины

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

Особый случай

Если известны предельные погрешности результата измерений ($\pm a$), тогда необходимо оценить распределение погрешностей и вычислить погрешность измерения стандартным отклонением $u(x)$:

В случае равномерного распределения

$$u(x) = \frac{a}{\sqrt{3}}. \quad (4)$$

В случае треугольного распределения

$$u(x) = \frac{a}{\sqrt{6}}. \quad (5)$$

Если не известен закон распределения, тогда предполагаем равномерное распределение (худший случай).

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

**Оценка выходной
величины**

- Оценка и неопределенность
- Выход от входов
-
- Суммарная неопределенность
- Геометрическая сумма
- Расширенная неопределенность

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

Оценка выходной величины

Оценка и неопределенность

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

● **Оценка и неопределенность**

● Выход от входов

●

● Суммарная неопределенность

● Геометрическая сумма

● Расширенная неопределенность

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

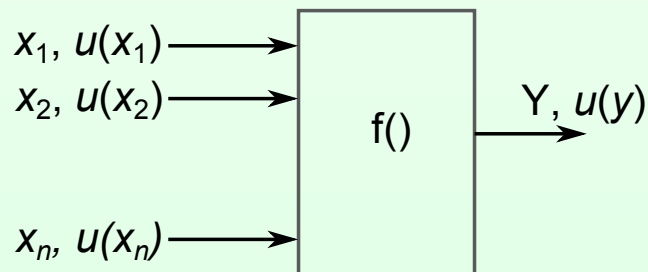
Диплом

Известны все оценки значений входных величин x_i и их неопределенности измерений в качестве стандартной неопределенности $u(x_i)$.

Как случайная величина x_i проходит через выражение $y = f(x)$?

Как случайные величины складываются?

В большинстве случаев измеряемая величина Y не является прямо изменяемой, а зависит от других измеряемых величин X_i входящих в функциональную зависимость.



propagation
of uncertainty

Выход от входов

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

• Оценка и неопределенность

• **Выход от входов**

•
• Суммарная неопределенность

• Геометрическая сумма

• Расширенная неопределенность

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Оценка выходной величины вычисляется из оценок входных величин x_1, x_2, \dots тем же самым выражением $y = f(x_1, x_2, \dots)$.

Погрешности измерения маленькие, линеаризуем выражение $y = f(x)$.

Преобразуем выражение в ряд Тейлора в окрестности входных величин $x_0 = (x_1, x_2, \dots)$

$$f(x) = f(x_0) + \left. \frac{\partial y}{\partial x_1} \right|_{x=x_0} \cdot \Delta x_1 + \left. \frac{\partial y}{\partial x_2} \right|_{x=x_0} \cdot \Delta x_2 + \dots$$

Получим линеаризованную модель измерений

$$\Delta y = f(x) - f(x_0) = a_1 \cdot \Delta x_1 + a_2 \cdot \Delta x_2 + \dots, \quad (*)$$

где для каждого изменения Δx_i входа x_i влияние на выход y - Δy_i и описывается константой (чувствительностью) a_i

$$\Delta y_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i = a_i \cdot \Delta x_i.$$

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

- Оценка и неопределенность
- Выход от входов
-
- Суммарная неопределенность
- Геометрическая сумма
- Расширенная неопределенность

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Если изменения входов Δx_i точно известны, то изменения выхода можно вычислить при помощи выражения (*). Это те известные погрешности, которые можно учитывать с поправкой.

Наши входы X_i случайные величины со средним значением x_i и стандартным отклонением (стандартной неопределенностью) $u(x_i)$.

Суммарная неопределенность

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

- Оценка и неопределенность

- Выход от входов

-

- **Суммарная неопределенность**

- Геометрическая сумма

- Расширенная неопределенность

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

Если независимые случайные величины x_1, x_2, \dots преобразуются через линейное выражение (*), то изменение среднего значения выхода $\Delta y = 0$

Суммарная стандартная неопределенность

$$u(y) = \sqrt{a_1^2 u^2(x_1) + a_2^2 u^2(x_2) + \dots}, \quad (**)$$

тогда получаем

$$u(y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n\right)^2} \quad (6)$$

Выражение (**) действует по предположению, что

входные величины независимы, при зависимости входных величин необходимо найти корреляцию.

Геометрическая сумма

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

- Оценка и неопределенность
- Выход от входов
-
- Суммарная неопределенность
- **Геометрическая сумма**
- Расширенная неопределенность

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

В некоторых случаях вычисляют влияние случайного изменения Δx_i входов x_i на выходы при помощи интервалов Δy_i и суммируют интервалы геометрически

$$\Delta y = \sqrt{\sum (\Delta y_i)^2} = \sqrt{\Delta y_1^2 + \dots + \Delta y_n^2}. \quad (7)$$

В результате сразу же получаем интервал.

Данный метод не является точным, так как таким образом можно суммировать только равновероятностные ($P_i = \text{const}$) интервалы.

Мы суммируем влияние входов исходя из законов распределения погрешностей измерения.

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

Оценкой выходной
величины

- Оценка и неопределенность
- Выход от входов
-
- Суммарная неопределенность
- Геометрическая сумма
- **Расширенная неопределенность**

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

Расширенная неопределенность

В случае нормального распределения интервал $\pm k\sigma$ в окрестности среднего значения X_k содержит случайную величину с вероятностью P .

$$X_k \pm \sigma \quad P = 68\%$$

$$X_k \pm 1.6\sigma \quad P = 90\%$$

$$X_k \pm 2\sigma \quad P = 95\% \leftarrow \text{наиболее распространенная оценка}$$

$$X_k \pm 2.5\sigma \quad P = 99\%$$

$$X_k \pm 3\sigma \quad P = 99,7\%$$

При выборе доверительной вероятности P можем доверительный интервал представить диапазоном или расширенной неопределенностью / **laiendmääramatus** / **expanded uncertainty**

$U = k \cdot u(y)$, где k – коэффициент перекрытия.

Результат измерения представим в следующем виде

$$y \pm U(y). \quad (8)$$

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

Оценка выходной
величины

**Наблюдение
сигналов**

- Аналоговый осциллограф
- Развертка

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

Наблюдение сигналов

Аналоговый осциллограф

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

• Аналоговый осциллограф

• Развертка

Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом

- Небольшая точность (2 – 5%).
- Измерение многих параметров любых сигналов.
- Трудоемкость измерений.

Аналоговый осциллограф, не сохраняет сигнал. Подходит для наблюдения периодических сигналов. На экране сетка ($\sim 1 \text{ cm}$): деления / **jaotused** / **division**

Измерение сигнала

измерив по горизонтали ΔY получим ΔU

$$\Delta U[V] = S_y[V/\text{деление}] \cdot \Delta Y[\text{деление}]$$

Измерение времени

измерив по вертикали ΔX получим Δt

$$\Delta t[s] = S_x[s/\text{деление}] \cdot \Delta X[\text{деление}]$$

Развертка

Внутренний генератор создает пилообразный переодический сигнал.

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

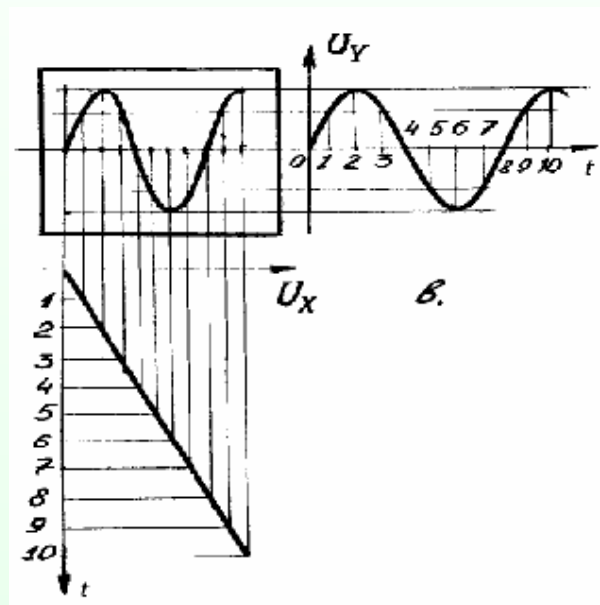
● Аналоговый осциллограф

● Развертка

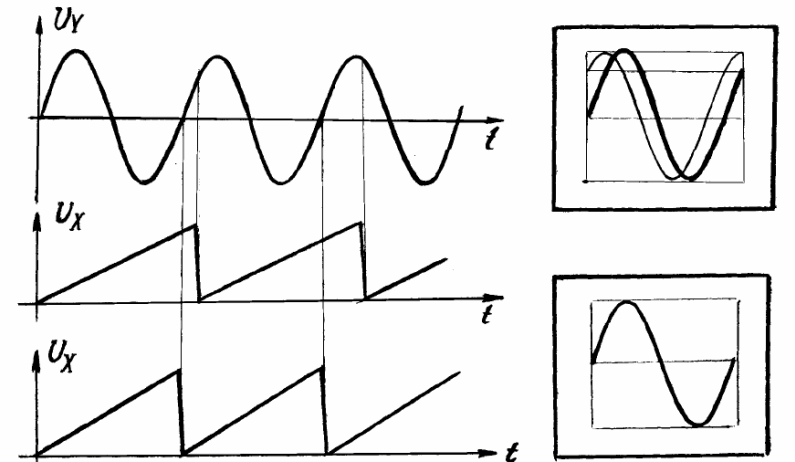
Цифровой осциллограф

Квантование

Диплом



(а) Формирование синусоиды



а). Образование "бегающей синусоиды": частота сигнала U_y отлична от частоты повторения пилообразного напряжения.

б). неподвижная картина: частоты сигналов U_y и U_x равны.

(б) Синхронизация

Изменение частоты повторения пилообразного напряжения до значения равного или кратного частоте сигнала U_y называется синхронизацией.

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

Оценка выходной
величины

Наблюдение
сигналов

**Цифровой
осциллограф**

- Принцип работы
- Сравнение
- Частота дискретизации

Квантование

Диплом

Цифровой осциллограф

Принцип работы

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

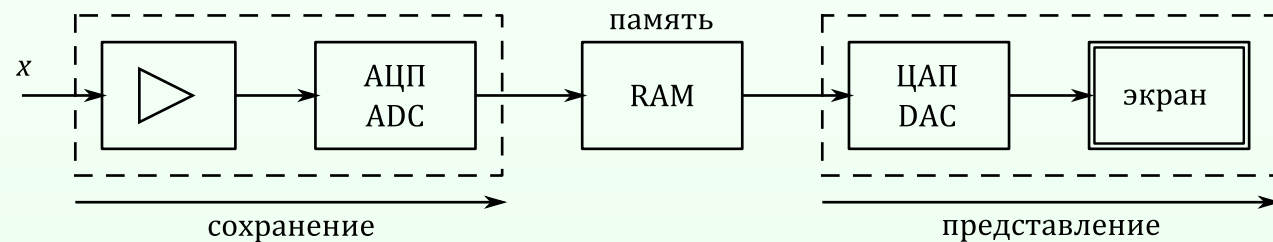
Цифровой осциллограф

● Принцип работы

● Сравнение
● Частота дискретизации

Квантование

Диплом



Основным недостатком все цифровых осциллографов является то, что они работают не в масштабе реального времени.

Сравнение

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

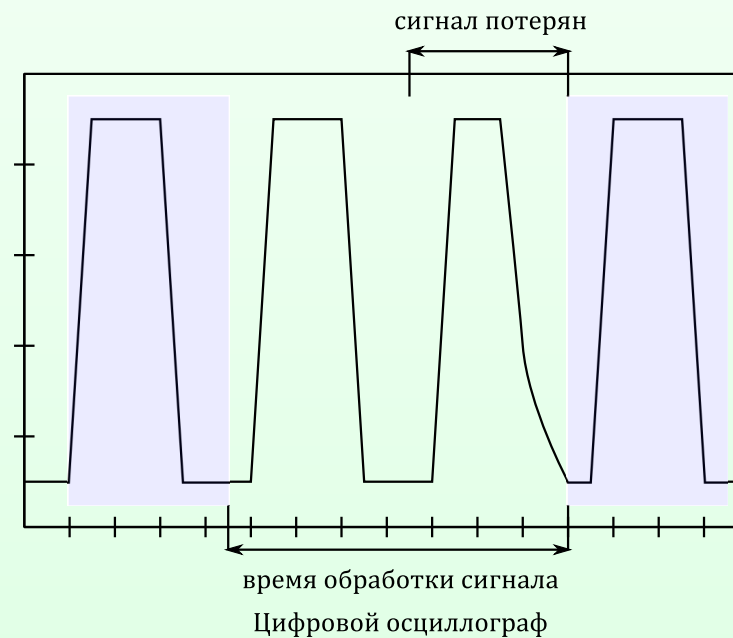
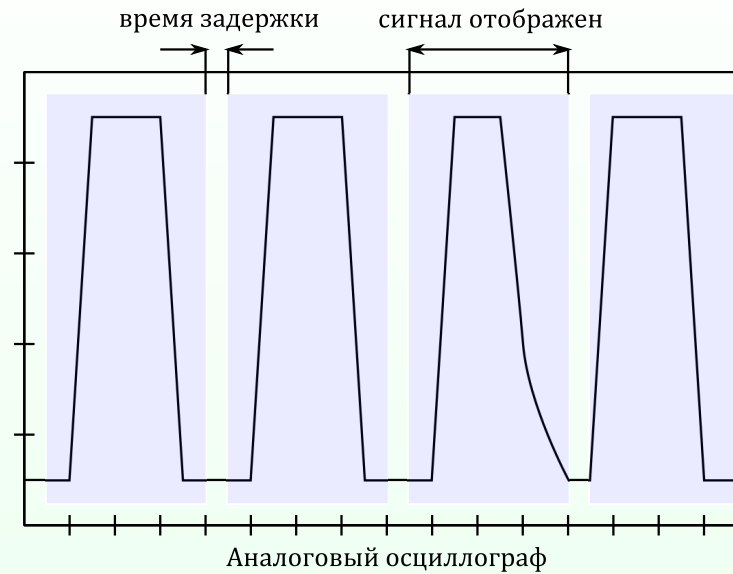
- Принцип работы

- Сравнение

- Частота дискретизации

Квантование

Диплом



Частота дискретизации

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

- Принцип работы
- Сравнение
- Частота дискретизации

Квантование

Диплом

Параметры осциллографа:

t - время развертки $1 \mu s/\text{дел}$

n - экран – 10 делений

m - память – 2.4 К

f_d - частота дискретизации – 1G samples/s

Время заполнения памяти:

$$t = \frac{m}{f_d} = \frac{2.4 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^9} = 2.4 \cdot 10^{-6} = 2.4 \mu s$$

на экране получим только 24% сигнала

Вывод: при использовании низкочастотных сигналов высокая частота дискретизации не нужна!

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

Оценкой выходной
величины

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

- Квантование
- Погрешность квантования
- Тест

Диплом

Квантование

Квантование

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

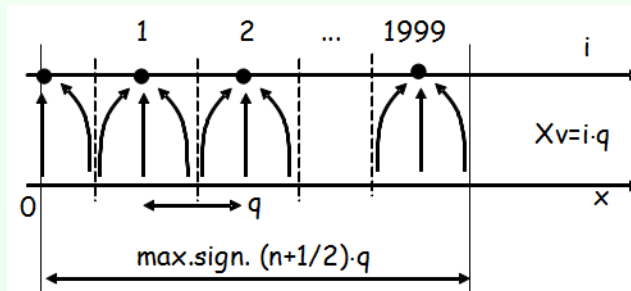
Цифровой осциллограф

Квантование

- Квантование
- Погрешность квантования
- Тест

Диплом

Однородное (линейное) квантование — разбиение диапазона значений на отрезки равной длины. Его можно представлять как деление исходного значения на постоянную величину (шаг квантования) и взятие целой части от частного.



Как сделать так, чтобы ошибка была бы наименьшей?

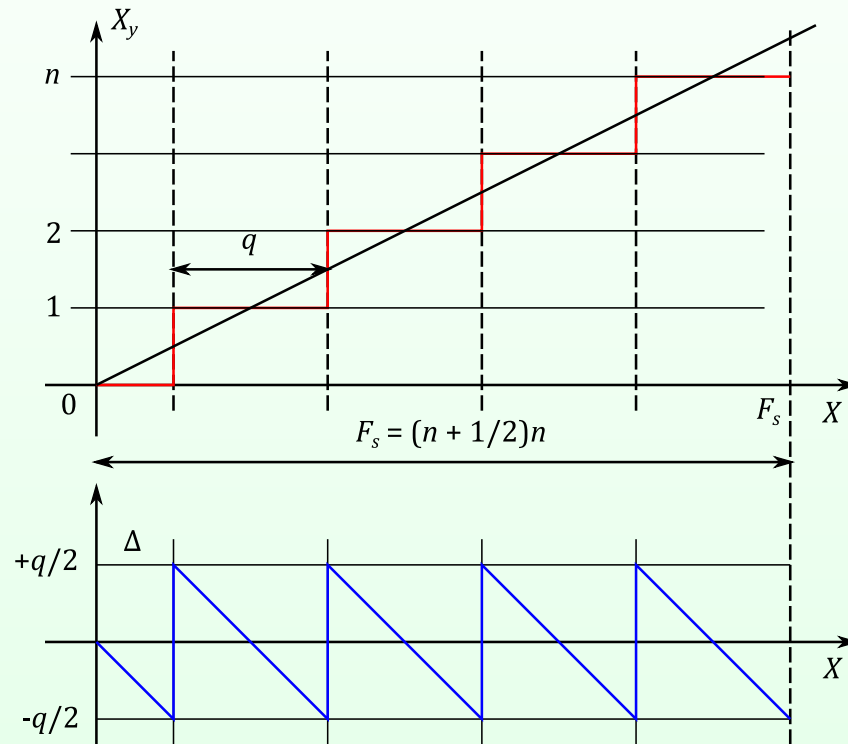
Входной сигнал – непрерывная величина, выходной – дискретная, вход и выход измеряют в квантах q .

Погрешность квантования

При входном сигнале 0 - выход 0.

Вход изменился на $\frac{q}{2}$ - выход поменялся на q ,

далее вход изменился на q - выход изменяется на q ю



Диапазон измерения - промежуток входного сигнала, где погрешность не выходит за границы $\pm q/2$ имеет значение $(n + 1/2) \cdot q$.

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

- Квантование
- **Погрешность квантования**
- Тест

Диплом

Тест

Неопределенность измерения

Оценка входной величины

Оценка выходной величины

Наблюдение сигналов

Цифровой осциллограф

Квантование

- Квантование
- Погрешность квантования

- **Тест**

Диплом

Basseinis(mahuga 210 m^3 , sügavusega 3 m) on vaja mõõta vee hulka täpsusega $\pm 30 \text{ m}^3$. Vee mõõtmiseks kasutatakse nivooandureid, milliste väljundid muutuvad kui nivoo ületab anduri asetuse. Valida minimaalne arv andureid, määrata millistele kõrgusele põhjast (h) tuleb nad asetada ning millist vee hulka (V) nad näitavad. Esita graafik: $V(h)$ - näit sõltuvalt nivoost.

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

Оценка выходной
величины

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

- Дипломные работы

Диплом

Дипломные работы

Неопределенность
измерения

Оценка входной
величины

Оценка выходной
величины

Наблюдение
сигналов

Цифровой
осциллограф

Квантование

Диплом

- **Дипломные
работы**

Перечень дипломных работ для поступивших на специальность Компьютерные Системы:

- бакалаврские работы;
- магистерские работы.

<http://a-lab.ee/edu/>